



مدت زمان آزمون: --

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: -

تاریخ برگزاری:

مرکز مشاوره قلم چی

①

کدام یک از جملات زیر گزاره است؟

تشریحی قلم چی ۱۳۹۶

ساده

بارم: ۱

(۱) بهترین رنگ سبز است.

(۲) مربع هر عدد حقیقی مثبت است.

(۳) چه هوای سردی!

(۴) لطفاً در را باز کنید.

②

با استفاده از جدول ارزش ها درستی هم ارزی زیر را بررسی کنید.

تشریحی قلم چی ۱۳۹۶

ساده

بارم: ۱.۵

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$$

③

جاهای خالی را به گونه ای کامل کنید که ارزش گزاره حاصل، درست باشد. (همه جواب های ممکن را بنویسید.)

تشریحی قلم چی ۱۳۹۹

ساده

بارم: ۲

$$\square \times (-7) = 1 \quad \text{الف}$$

$$\frac{9 \times \square}{3} \in \{a, 4, 6\} \quad \text{ب}$$

$$\square \subseteq \{1, 2\} \quad \text{پ}$$

④

ارزش گزاره های زیر را بیان کنید.

نهایی ۱۴۰۰

متوسط

بارم: ۱

الف) اگر ۹ مربع کامل است آنگاه $\sqrt{9}$ مربع کامل است.

ب) افلاطون شاگرد ارسطو است یا ۲ عددی اول است.

پ) عدد $3^n + 1$ یک عدد اول است.

⑤

از جملات زیر کدام یک گزاره است و ارزش هر گزاره را مشخص کنید.

تشریحی قلم چی ۱۳۹۹

ساده

بارم: ۲

الف) عدد یک میلیون، عددی بزرگ است.

$$\text{ب) } 3 + 5 \times 2 = 16$$

پ) هر مجموعه، زیر مجموعه خودش است.

$$\text{ت) } \sqrt{2} \in Q$$

ث) مردم ایران با فرهنگ هستند.

⑥

ثابت کنید هر گاه n عددی صحیح و n^2 مضرب ۵ باشد، آن گاه n نیز مضرب ۵ است.

تشریحی قلم چی ۱۳۹۷

متوسط

بارم: ۲

۷

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

اگر گزاره p به صورت « عدد ۲ زوج است و عدد ۵ مضرب ۳ است. » و گزاره q به صورت « اگر $\sqrt{2}$ گویا باشد،

بارم: ۲

آن گاه ۲ فرد است. » باشند، ارزش گزاره $(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$ را مشخص کنید.

۸

ساده تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

جدول ارزشی ترکیبات، منطقی زیر را بنویسید.

بارم: ۱

(الف) $\sim (p \vee \sim q)$

(ب) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \wedge q)$

(ج) $\sim p \vee (q \wedge \sim r)$

۹

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

ارزش هر گزاره سوری را با ذکر دلیل مشخص کنید. $(x \in \mathbb{R})$

بارم: ۲

(الف) $\forall x ; (x+1)^2 \geq 0$

(ب) $\exists x ; x^2 + x + 1 < 0$

(پ) $\exists x ; x^2 + 1 = 0$

(ت) $\forall x ; -|x-1| < 0$

۱۰

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

اگر $p : (2^3 + 1 > 3^3 - 1) \wedge (-2^2 = 4)$ ، $q : (-5 \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt[3]{9} = 3)$ و گزاره ای دلخواه باشد. ارزش گزاره های زیر را مشخص کنید:

بارم: ۲

(الف) p و q ، $(r \vee \sim r)$ (ب) $(p \vee \sim q) \Leftrightarrow (r \wedge \sim r)$

۱۱

ساده تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

درستی هم ارزی $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ را با استفاده از جدول ثابت کنید.

بارم: ۲

۱۲

ساده تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

به کمک جدول مشخص کنید، گزاره $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge q)$ در چند حالت ارزش درست دارد.

بارم: ۲

۱۳

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

ارزش گزاره های سوری زیر را مشخص کنید. $(x \in \mathbb{R})$

بارم: ۲

(الف) $\forall x ; (-x-2)^2 \geq 0$

(ب) $\exists x ; \sin^2 x > 1 - \cos^2 x$

(پ) $\exists x ; -x > -|x|$

(ت) $\forall x ; x^2 + x + 1 \neq 0$

۱۴

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

متوسط نهایی ۱۳۹۸

بارم: ۱

(الف) ----- یک جمله خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد.

(ب) هر مجموعه نامتناهی دارای ----- زیرمجموعه متناهی است.

(ج) علم -----، بررسی یک نمونه نامعلوم از یک جامعه معلوم است.

(د) به هر عضو فضای نمونه ----- می گوئیم.

۱۵

اگر p گزاره ای درست و q گزاره ای نادرست و r گزاره ای دلخواه باشد ارزش گزاره‌های مرکب زیر را مشخص کنید.

متوسط نهایی ۱۴۰۰

بارم: ۱

$$(r \Rightarrow p) \Rightarrow q \qquad (\sim p \vee q) \Leftrightarrow \sim (p \vee q)$$

۱۶

ارزش گزاره‌های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید و سپس نقیض هر یک را بنویسید.

متوسط نهایی ۱۳۹۸

بارم: ۱

$$\text{(الف)} \quad \forall x \in \mathbb{R} \sin x + \cos x = 1$$

$$\text{(ب)} \quad \exists x \subseteq \mathbb{N}; \forall y \in \mathbb{N} x > y$$

$$\text{(ج)} \quad \forall x \in \mathbb{R}; x + \frac{1}{x} \geq 2$$

۱۷

فرض کنید p معادل «هوا سرد است» و q معادل «برف می بارد» باشد. جمله لفظی ساده برای بیان گزاره های زیر را بنویسید.

ساده تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

بارم: ۱

$$\text{(الف)} \quad p \Rightarrow \sim q$$

$$\text{(ب)} \quad (p \wedge \sim q) \Rightarrow p$$

۱۸

اگر گزاره $q \Leftrightarrow p$ درست و ارزش گزاره $p \Rightarrow \sim p$ نادرست باشد، ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

بارم: ۲

$$\text{(الف)} \quad p \wedge \sim q \qquad \text{(ب)} \quad p \Rightarrow q \qquad \text{(ج)} \quad \sim p \vee q$$

۱۹

نقیض گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

متوسط نهایی ۱۴۰۰

بارم: ۱

(الف) اگر a زوج باشد آنگاه $a+1$ فرد است.(ب) ۳ عددی اول است یا عدد π گویا است.

۲۰

با استفاده از جدول، ارزش درستی گزاره های $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ و $p \vee q \equiv \sim p \Rightarrow q$ را نشان دهید.

ساده تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

بارم: ۲

۲۱

دامنه ی متغیر گزاره نماهای زیر داده شده است مجموعه جواب هر یک را بیابید.

متوسط نهایی ۱۴۰۰

بارم: ۱

$$\text{(الف)} \quad x \text{ مربع کامل است و } D = Z$$

$$\text{(ب)} \quad A = \{n - n^3 \mid n \in \mathbb{N}\}$$

۲۲

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶ متوسط

بارم: ۲.۵

درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کند.

(الف) گزاره $[(p \Leftrightarrow q) \wedge q] \Rightarrow p$ همواره درست است.(ب) گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge p \sim p$ معادل است با $\sim p$.(ج) گزاره $(p \Rightarrow q) \vee p$ همواره نادرست است.

(د) اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند تابع ثابت است.

(هـ) دامنه تابع ثابت تک عضوی است.

۲۳

تشریحی قلم‌چی ۱۴۰۰ متوسط

بارم: ۱

ارزش گزاره سوری روبه‌رو را بیان کنید و نقیض آن را بنویسید.

$$\forall x \in R ; (x^2 + 1 \neq 0) \wedge (|x - 2| \geq 1)$$

۲۴

تشریحی قلم‌چی ۱۴۰۰ متوسط

بارم: ۱

جدول ارزش گزاره‌ها را رسم کنید.

$$(p \vee \sim q) \Leftrightarrow p \qquad p \wedge (p \Rightarrow q)$$

۲۵

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶ متوسط

بارم: ۱.۵

اگر p گزاره ای درست و q گزاره ای نادرست باشد و همچنین ارزش گزاره های زیر درست باشد، ارزش گزاره r را مشخص کنید.

(الف) $(p \vee q) \vee r$

(ب) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

(ج) $(r \Rightarrow \sim p) \vee q$

(د) $(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$

۲۶

تشریحی قلم‌چی ۱۴۰۰ متوسط

بارم: ۱

ثابت کنید

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) = T$$

۲۷

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶ ساده

بارم: ۱.۲۵

ارزش کدام گزاره درست است؟

(الف) عدد ۱۱ اول است و عدد ۴ عددی فرد است.

(ب) عدد ۳ زوج است یا عدد ۵ اول نیست.

(ج) اگر ۱۵ فرد باشد، آنگاه ۲ زوج است.

(د) ۲۱ عددی زوج است اگر و تنها اگر ۵ عددی فرد باشد.

(۲۸)

جدول ارزش گزاره‌های زیر را برای گزاره $p \Leftrightarrow (\sim p \Rightarrow q)$ کامل کنید.

متوسط

نهایی ۱۴۰۰

$$pq \sim p \sim p \Rightarrow q (\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$$

بارم: ۱

(۲۹)

ساده

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶

فرض کنیم p معادل گزاره «او باهوش است» و q معادل گزاره «او درس خوان است» باشد. هریک از گزاره‌های زیر را به فرم رابطه‌های بین p و q بنویسید.

بارم: ۱

(الف) او باهوش است ولی درس خوان نیست.

(ب) اگر او باهوش باشد آنگاه درس خوان نیز هست.

(۳۰)

متوسط

نهایی ۱۴۰۰

درستی \checkmark یا نادرستی \times هر کدام از عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

بارم: ۱

(الف) گزاره $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee q)$ یک گزاره همیشه درست است.

(ب) هر جمله خبری یک گزاره است.

(ج) اگر ۴۵ مضرب ۵ باشد آن گاه ۴۱ عدد مرکب است.

(د) ۵ فرد یا اول باشد اگر و تنها اگر جذر ۴۹ برابر ۷ باشد.

(۳۱)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۵

مجموعه‌ی $A = \{۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹\}$ ، چند زیرمجموعه‌ی ۴ عضوی مانند B دارد به طوری که حداکثر ۳ عضو B فرد باشد؟

بارم: ۱

(۳۲)

دشوار

تشریحی ۱۳۹۴

مجموعه‌ی $\{a, b, \{a\}, \{b\}\}$ چند زیرمجموعه‌ی شامل عضو a دارد؟

بارم: ۱

(۳۳)

ساده

تشریحی ۱۳۹۵

اگر دو مجموعه‌ی $A = \{۰, ۱\}$ و $B = \{x^3 + 5x^2 + 2x - 8, x\}$ برابر باشند، مجموعه‌ی $C = \{2x - 1, x, 1, x^2\}$ چند عضوی است؟
($x \in Z$)

بارم: ۱

(۳۴)

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸

برای دو مجموعه غیرتهی A و A' اگر $A \subseteq B$ و $A' \subseteq B$ باشد، ثابت کنید:

بارم: ۲

$$(الف) A \cap B' = \emptyset, B = U$$

$$(ب) B - A = A'$$

(۳۵)

متوسط

تشریحی ۱۳۹۴

چند زیرمجموعه از مجموعه‌ی $\{a, b, \{b, a\}, \{a, b\}\}$ عضو $\{a, b\}$ را ندارد؟

بارم: ۱

(۳۶)

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷

فرض کنید $C = \{x \in Z \mid -5 \leq x \leq 5\}$ و $A_n = \{x \in Z \mid -n < x < n\}$ باشد، اگر A_r و $A_r - A_r$ و B یک افراز از مجموعه‌ی C باشند، مجموعه‌ی B را به دست آورید.

بارم: ۲

(۳۷)

متوسط تشریحی ۱۳۹۵

مجموعه‌ی A ۵ عضو بیش‌تر از مجموعه‌ی B دارد، خارج قسمت یا تفاضل تعداد زیر مجموعه‌های این دو مجموعه کدام است؟

بارم: ۱

(۳۸)

متوسط تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸

اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$ و $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ و $B \subseteq E \subseteq A$ باشد، به چند حالت می‌توان مجموعه‌ی E را نوشت؟

بارم: ۲

(۳۹)

متوسط تشریحی ۱۳۹۵

اگر $\{1, \{2\}\} = \{a, \{a-b\}\}$ آن‌گاه مجموعه‌ی $\{a, b, a^2, b^2\}$ دارای چند عضو است؟

بارم: ۱

(۴۰)

متوسط تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۹

الف) برای دو مجموعه‌ی A و B ثابت کنید: اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ ، آن‌گاه $A=B$

بارم: ۲

ب) برای دو مجموعه‌ی A و B ثابت کنید: $A - B \subseteq A$

(۴۱)

متوسط تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۹

الف) کدام مجموعه تهی و کدام مجموعه ناتهی است؟

بارم: ۲

$$A = \{x \in N \mid x^2 = 16, -2x = 8\}$$

$$B = \{x \in Q \mid x^2 < x\}$$

ب) با توجه به $A = \{\emptyset, 1, \{1, 2\}, 3\}$ ، درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

$$1) \emptyset \subseteq A$$

$$2) \emptyset \in A$$

$$3) \{1, 2, 3\} \subseteq A$$

$$4) \{1, 3\} \notin A$$

(۴۲)

دشوار تشریحی ۱۳۹۵

اگر مجموعه‌ی اعداد طبیعی یک رقمی، مجموعه‌ی جهانی U باشد، آن‌گاه چند مجموعه مانند A وجود دارد که در رابطه‌ی

بارم: ۱

$$\{1, 3\} \cap A = \{1, 3\} \text{ صدق کند؟}$$

(۴۳)

دشوار تشریحی ۱۳۹۴

اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $B = \{2, 4, 6, 8\}$ باشند، آنگاه تعداد مجموعه‌هایی مانند X که در رابطه‌ی $A \cap B \subseteq X \subseteq A$ صدق

بارم: ۱

می‌کنند، چند برابر تعداد مجموعه‌هایی مانند Y است که در رابطه‌ی $A \cap B \subseteq Y \subseteq B$ صدق می‌کنند؟

(۴۴)

ساده سوالات پرتکرار ۱۳۹۸

فضای نمونه $S = \{a, b, c, d, e\}$ را در نظر بگیرید. اگر پیشامدهای A و B را به صورت زیر تعریف کنیم. به سؤالات زیر پاسخ دهید:

بارم: ۱

$$A = \{a, b, c\}$$

$$B = \{b, c, d\}$$

الف) پیشامد $A \cap B$ را مشخص کنید.ب) پیشامد $A \cup B$ را مشخص کنید.پ) اگر پیشامد $\{c\}$ اتفاق بیفتد، کدام یک از پیشامدهای A و B اتفاق افتاده است؟

(۴۵)

درستی یا نادرستی هر عبارت را با ذکر دلیل مشخص کنید.

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

بارم: ۲

الف) اگر $X = \{1, 2, 3, 4\}$ آنگاه $\{1\}$ و $\{2, 4\}$ و $\{1, 3\}$ افزاری برای X است.

$$A - B = \{x \in U \mid x \in A \wedge x \notin B\} \quad \text{ب)}$$

پ) اگر $A = \{2, x + 3, 5\}$ ، $B = \{2, y - 1, 4\}$ و $A = B$ ، آنگاه $x + y = 6$.

(۴۶)

دشوار تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

اگر تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه $2 + k$ عضوی 240 واحد بیش تر از تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه $1 + \frac{k}{4}$ عضوی باشد، مقدار k را به دست آورید.

متوسط نهایی ۱۴۰۰

بارم: ۱

ثابت کنید برای هر دو مجموعه دلخواه با مجموعه مربع U داریم:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$$

(۴۸)

دشوار تشریحی ۱۳۹۵

بارم: ۱

اگر n عددی طبیعی و $A_n = [-\frac{1}{n}, \frac{n+1}{n}]$ باشد، چند عدد صحیح به $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ تعلق دارد؟

(۴۹)

دشوار تشریحی ۱۳۹۵

بارم: ۱

اگر مجموعه A مجموعه ای اعداد دو رقمی باشد، آن گاه زیر مجموعه ای از A که عضوهای آن به صورت $5k$ و $k \in A$ است، چند عضو دارد؟

(۵۰)

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

بارم: ۲

اگر تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه $k + 4$ عضوی، 224 عدد بیشتر از تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه $k + 1$ عضوی باشد، تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه $k - 1$ عضوی چندتا است؟

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

بارم: ۲

اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند، ثابت کنید:

$$A \times B = B \times A \Rightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset \vee A = B$$

(۵۲)

متوسط نهایی ۱۴۰۰

بارم: ۱

اگر $A = \{1, 4\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$ مجموعه $A \times B$ را با نشان دادن اعضا مشخص کنید.

متوسط نهایی ۱۴۰۰

بارم: ۱

به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید.

$$(A \cap B) \cup (A - B) = A$$

(۵۴)

ساده تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

بارم: ۲

اگر $A = \mathbb{N}$ و $B = \{1, 2\}$ ، نمودارهای $A \times B$ و $B \times A$ را رسم کنید.

دشوار تشریحی ۱۳۹۴

بارم: ۱

اگر $|A \cap B| = 3$ و $|A - B| = 4$ و $|B - A| = 5$ باشد، مجموعه $(A \times B) \cup (B \times A)$ چند عضوی است؟

(۵۵)

۵۶

مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

بارم: ۱

الف) برای این مجموعه دو افراز متفاوت بنویسید.

ب) این مجموعه چند افراز سه مجموعه‌ای دارد؟

۵۷

تشریحی ۱۳۹۵ دشوار

اگر مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی اعداد صحیح باشد و $A' = \{1, 2, 3\}$ و $B' = \{2, 3, 4, 5\}$ ، آن‌گاه $(A \cup B)'$ کدام مجموعه است؟

بارم: ۱

۵۸

تشریحی ۱۳۹۴ دشوار

اگر $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$ ، آن‌گاه مجموعه‌ی $(A_1 \cap A_2) - (A_2 \cap A_3)$ به کدام صورت است؟

بارم: ۱

۵۹

تشریحی ۱۳۹۵ متوسط

اگر $A_1 = \{1, 2, \dots, 10\}$ و $A_2 = \{1, 2, \dots, 10\}$ و $A_3 = \{1, 2, \dots, 10\}$ ، آن‌گاه مجموعه‌ی $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$ چند عضو دارد؟

بارم: ۱

۶۰

تشریحی ۱۳۹۵ متوسط

دو مجموعه‌ی $A = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 \leq 3m\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| < 4\}$ مفروض‌اند. اگر C مجموعه‌ای متمایز از A و B باشد که $C \subseteq B$ و $C \subseteq A$ ، آن‌گاه C حداکثر چند عضو می‌تواند داشته باشد؟

بارم: ۱

۶۱

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸ دشوار

عبارت‌های زیر را ساده کنید.

بارم: ۲

$$(A \cup B) \cap B \cup (A \cap B) \quad (\text{آ})$$

$$(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A) \quad (\text{ب})$$

۶۲

تشریحی ۱۳۹۵ متوسط

اگر $A_i = (-i, 4-i)$ ، آن‌گاه $\bigcap_{i=1}^4 A_i$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح چند عضو دارد؟

بارم: ۱

۶۳

تشریحی ۱۳۹۵ دشوار

اگر $n(A) = 4$ و $B - A = \{1, 2, -1\}$ ، آن‌گاه اجتماع دو مجموعه‌ی A و B چند عضو دارد؟

بارم: ۱

۶۴

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷ متوسط

برای سه مجموعه‌ی ناتهی A ، B و C ، اگر $A \times B = B \times C$ باشد، ثابت کنید:

بارم: ۲

$$(B \cap C) \times (B \cap A) = B'$$

۶۵

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷ ساده

اگر $A = \{0, 1, 2\}$ و $B = \{1, 2, 3\}$ باشند، مجموعه‌ی $(A \times B) - (B \times A)$ را به دست آورده و روی نمودار مختصاتی رسم کنید.

بارم: ۲

۶۶

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸ متوسط

عبارت‌های زیر را ساده کنید.

بارم: ۲

$$(A' \cap B) \cup [(B - A) \cap B] - (B' \cap A')$$

۶۷

سوالات پرتکرار ۱۳۹۸ ساده

احتمال این که شخصی ناراحتی کلیه داشته باشد، برابر با $\frac{23}{100}$ و ناراحتی قلبی داشته باشد برابر با $\frac{24}{100}$ و دست کم یکی از این دو نوع بیماری را داشته باشد برابر با $\frac{38}{100}$ است. احتمال این که شخصی هر دو نوع بیماری را دارا باشد، چقدر است؟

بارم: ۱

۶۸

متوسط تشریحی ۱۳۹۴

اجتماع دو مجموعه A و B ، ۲۵ عضو دارد. به مجموعه A ، ۱۰ عضو جدید اضافه کرده‌ایم، به اشتراک آن‌ها ۹ عضو اضافه شده است. اجتماع مجموعه B و مجموعه جدید حاصل از A چند عضو دارد؟

بارم: ۱

۶۹

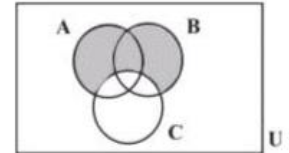
متوسط تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸

به هر یک از سؤالات زیر پاسخ دهید:

بارم: ۲

(آ) اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، $B = \{2, 4, 6, 8\}$ و $C = \{2, 3, 5, 7\}$ ، آن گاه مجموعه هاشورزده چه نام دارد؟ عضوهای این مجموعه را بنویسید.

(ب) اگر $A = \{2^k \mid k \in \mathbb{W}, |k| < 3\}$ و $B = \{n \mid n \in \mathbb{N}, n^2 < 9\}$ ، آنگاه عضوهای مجموعه های A ، B و $(A \times B) - (B \times A)$ را بنویسید.



۷۰

متوسط تشریحی ۱۳۹۵

اگر n عددی طبیعی و A_n بازه‌ی $(-1)^n n, 2n)$ باشد، چند عدد صحیح به $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ تعلق دارد؟

بارم: ۱

ساده

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱

مربع هر عدد حقیقی مثبت است.

ساده

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۲

$$p \vee q \wedge r \Rightarrow r \vee p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \vee p \wedge q \Rightarrow (p \wedge q) \Rightarrow r$$

د د د د د د

د د ن ن د ن ن

د ن د د د ن د

د ن ن د د ن د

د د د د د ن د

د ن د ن د ن د

د ن د د د ن د

د ن ن د د ن د

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۳

(الف)

$$\left[-\frac{1}{y}\right] \times (-y) = \frac{y}{y} = 1$$

(ب)

$$\frac{9 \times \square}{3} = a \Rightarrow 3 \times \square = a \Rightarrow \square = \frac{a}{3}$$

$$\frac{9 \times \square}{3} = 4 \Rightarrow \square = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{9 \times \square}{3} = 6 \Rightarrow \square = 2$$

(پ)

 $\{1, 2\}$, $\{2\}$, $\{1\}$, \emptyset

متوسط

نهایی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۴

(الف) نادرست

(ب) درست

(پ) نادرست

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۵

(الف) این جمله گزاره نیست.

(ب) گزاره هست ارزش آن نادرست است زیرا: $3 + (5 \times 2) = 13$

(پ) گزاره هست ارزش آن درست است.

(ت) گزاره هست ارزش آن نادرست است. زیرا: $\sqrt{2} \notin Q$

(ث) گزاره نیست

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۶

به کمک عکس نقیض، حکم را ثابت می کنیم یعنی ثابت می کنیم:

اگر n مضرب ۵ نباشد آنگاه n^2 نیز مضرب ۵ نیست.

$$n \neq 5k \Rightarrow n = 5k + r, r = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\Rightarrow n^2 = (5k + r)^2 = 25k^2 + 10kr + r^2$$

$$\Rightarrow n^2 = 5(5k^2 + 2kr) + r^2$$

$$\Rightarrow n^2 = 5k^2 + r^2, r^2 = \{1, 4, 9, 16\}$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۷

عدد ۲ زوج است. (درست) عدد ۵ مضرب ۳ است. (نادرست) بنابراین گزاره p نادرست است.

$\sqrt{2}$ عددی گنگ است، پس گزاره مرکب q به انتفای مقدم درست است.

$$(\sim p \vee q) \equiv (T \vee T) \equiv T$$

$$(p \wedge q) \equiv (F \wedge T) \equiv F$$

بنابراین ارزش گزاره دو شرطی به صورت زیر تعیین می شود.

$$T \Leftrightarrow F \equiv F$$

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۸

(الف)

$$p \rightarrow q \sim q \rightarrow p \sim (p \vee \sim q)$$

د	د	ن	د	ن
---	---	---	---	---

د	ن	د	د	ن
---	---	---	---	---

د	ن	ن	ن	د
---	---	---	---	---

ن	ن	د	د	ن
---	---	---	---	---

(ب)

$$p \rightarrow q \Rightarrow q \rightarrow p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \wedge q)$$

د	د	د	د	د
---	---	---	---	---

د	ن	ن	ن	د
---	---	---	---	---

د	ن	د	ن	ن
---	---	---	---	---

ن	ن	د	ن	ن
---	---	---	---	---

(ج)

$$p \rightarrow q \rightarrow r \sim r \rightarrow q \wedge \sim r \sim p \sim p \vee (q \wedge \sim r)$$

د	د	د	ن	ن	ن	ن
---	---	---	---	---	---	---

د	د	ن	د	ن	د	د
---	---	---	---	---	---	---

د	ن	ن	ن	ن	ن	ن
---	---	---	---	---	---	---

د	ن	د	ن	ن	ن	ن
---	---	---	---	---	---	---

د	د	ن	ن	د	د	د
---	---	---	---	---	---	---

د	ن	د	د	د	د	د
---	---	---	---	---	---	---

د	ن	ن	د	د	د	د
---	---	---	---	---	---	---

د	ن	ن	د	د	د	د
---	---	---	---	---	---	---

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۹

الف) درست

ب) نادرست. زیرا:

$$y = x^2 + x + 1$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0, a = 1 > 0$$

عبارت همواره مثبت است. \Rightarrow پ) نادرست. زیرا معادله $x^2 + 1 = 0$ ریشه حقیقی ندارد. ($\Delta = 0 - 4 = -4$)ت) نادرست. زیرا به ازای $x = 1$ داریم:

$$-|x-1| = -|1-1| = 0$$

پس نادرست است.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۱۰

الف) $2^3 + 1 = 9$ و $3^2 - 1 = 8$ ، پس $3^2 - 1 > 2^3 + 1$ درست است. $-2^2 = -4$ پس $-2^2 = 4$ نادرست است، پس ارزش گزاره عطفی p نادرست است.

$5 \in N$ نادرست، پس ارزش گزاره شرطی q به انتفای مقدم درست است. از طرفی ترکیب عطفی هر گزاره با نقیض خودش همواره درست است، پس $(r \vee \sim r)$ درست است.

ب)

$$(p \vee \sim q) \Leftrightarrow (\underbrace{r \wedge \sim r}_F) \equiv (F \vee \sim T) \Leftrightarrow F \equiv F \Leftrightarrow F \equiv T$$

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۱

$$p \quad q \quad p \vee q \quad p \wedge (p \vee q)$$

د د د د

د ن د د

د ن د د

ن ن ن ن

سوال ۱۲

گزینه درست: null

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

ساده

$$p \vee q \sim p \Rightarrow q \sim p \wedge q \quad (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge q)$$

د	د	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	ن	ن	د
د	د	د	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	ن

در دو حالت ارزش درست دارد.

سوال ۱۳

گزینه درست: null

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

متوسط

الف) هر عبارت به توان ۲ همواره بزرگ تر یا مساوی صفر است، پس گزارهٔ سوری داده شده درست است.

(ب)

$$\sin^2 x > 1 - \cos^2 x \Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x > 1$$

نادرست است، زیرا همواره $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ است.(پ) به ازای $x = -1$ نامساوی $-x > -|x|$ درست است، پس گزارهٔ سوری داده شده درست است.(ت) چون Δ معادلهٔ $x^2 + x + 1 = 0$ برابر است با:

$$\Delta = 1 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$$

پس این معادله فاقد جواب است. در نتیجه گزارهٔ سوری داده شده درست است.

سوال ۱۴

گزینه درست: null

نهایی ۱۳۹۸

متوسط

الف) گزاره (ب) بی شمار (ج) احتمال (د) برآمد

سوال ۱۵

گزینه درست: null

نهایی ۱۴۰۰

متوسط

$$(\sim p \vee q) \Leftrightarrow \sim (p \vee q) \quad \underbrace{(\sim p \vee q)}_{F \vee F \rightarrow F} \Leftrightarrow \underbrace{\left(\begin{array}{c} p \vee q \\ T \vee F \rightarrow T \end{array} \right)}_F \rightarrow T$$

$$(r \Rightarrow p) \Rightarrow q \quad \left. \begin{array}{l} \left(\begin{array}{c} F \Rightarrow T \\ T \end{array} \right) \Rightarrow F \rightarrow F \\ \left(\begin{array}{c} T \Rightarrow T \\ T \end{array} \right) \Rightarrow F \rightarrow F \end{array} \right\} \Rightarrow F$$

متوسط

نهایی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۶

الف) نادرست، اگر $x = \pi$ داریم: $\sin \pi + \cos \pi = -1 \neq 1$ نقیض: $\exists x \in \mathbb{R}; \sin x + \cos x \neq 1$

ب) نادرست، زیرا مجموعه اعداد طبیعی از بالا کراندار نیست.

نقیض: $\forall x \in \mathbb{N}; \exists y \in \mathbb{N}; x > y$ ج) نادرست. اگر $x = 0$. نقیض: $\exists x \in \mathbb{R}; x + \frac{1}{x} < 2$

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۷

الف) اگر هوا سرد باشد، آنگاه برف نمی بارد.

ب) اگر هوا سرد باشد و برف نیارد، آنگاه هوا سرد است.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۸

چون $p \Rightarrow \sim p$ ارزش نادرست دارد پس p گزاره‌ای درست است و چون $p \Leftrightarrow q$ نیز ارزش درست دارد پس q نیز گزاره‌ای درست است. پس ارزش گزاره‌ها به صورت زیر است:الف) $p \wedge \sim q$ نادرست است.ب) $p \Rightarrow q$ درست است.ج) $p \vee q \sim p$ درست است.

متوسط

نهایی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۱۹

الف) a زوج است $a + 1$ فرد نیست.ب) ۳ عددی اول نیست و عدد π گویا نیست.

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۰

 $p \vee q \sim p \vee q \wedge (p \vee q) \sim p \vee q \Rightarrow p \vee q$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

از یکسان بودن ستون های ۱ و ۵، درستی ارزش گزاره اول و از یکسان بودن ستون های ۶ و ۷ درستی ارزش گزاره دوم به دست می آید.

متوسط

نهایی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۲۱

(الف)

$$S = \{0, 1, 4, 9, 16, \dots\}$$

(ب)

$$S = \{0, -6, -24, \dots\}$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۲۲

الف) درست

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge q \Rightarrow p$$

د د د د

د ن ن ن د

د ن ن ن د

ن ن د ن د

ب) درست

$$p \rightarrow q \Rightarrow q \sim p \sim p \wedge (p \Rightarrow q)$$

د د د ن ن

د ن ن ن ن

د ن د د د

د ن د د د

ج) نادرست

$$p \rightarrow q \Rightarrow q \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \vee p$$

د د د د

د ن ن د

د ن د د

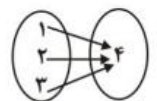
د ن د د

د) نادرست

$$f = \{(1, 2), (2, 1)\}$$

$$D_f = \{1, 2\} = R_f$$

هـ) نادرست



متوسط

نهایی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۲۳

$$\forall x \in \mathbb{R}; (x^2 + 1 \neq 0) \wedge (|x - 2| \geq 1) \quad \text{نادرست}$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; (x^2 + 1 = 0) \vee (|x - 2| < 1)$$

متوسط

نهایی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۲۴

$$p \wedge (p \Rightarrow q)$$

$$p \quad q \quad p \Rightarrow q \quad p \wedge (p \Rightarrow q)$$

د د د د

د ن ن ن

ن د د ن

ن ن د ن

$$(p \vee \sim q) \Leftrightarrow p$$

$$p \quad q \quad \sim q \quad p \vee \sim q \quad (p \vee \sim q) \Leftrightarrow p$$

د د ن د د

د ن د د د

ن د ن ن ن

ن ن د د ن

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۲۵

۲ می تواند درست یا نادرست باشد $\Rightarrow r \Rightarrow (p \vee q)$ (الف)

۲ می تواند درست یا نادرست باشد $\Rightarrow r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ (ب)

۲ باید نادرست باشد $\Rightarrow r \Rightarrow (\sim p \vee q)$ (ج)

۲ باید نادرست باشد $\Rightarrow r \Rightarrow (p \wedge q)$ (د)

متوسط

نهایی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۲۶

$$p \quad q \quad \sim q \quad p \wedge \sim q \quad p \Rightarrow q \quad (p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$$

T T F F T T

T F T T F T

F T F F T T

T F T T T T

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۲۷

گر ۱۵ فرد باشد، آنگاه ۲ زوج است.

سوال ۲۸

$$p \wedge q \sim p \sim p \Rightarrow q (\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p$$

د	د	ن	د	د
د	د	ن	ن	د
ن	د	د	د	ن
د	ن	د	ن	د

سوال ۲۹

$$p \wedge \sim q \quad \text{(الف)}$$

$$p \Rightarrow q \quad \text{(ب)}$$

سوال ۳۰

الف) گزاره $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee q)$ یک گزاره همیشه درست است. ✓

ب) هر جمله خبری یک گزاره است. ✗

ج) اگر ۴۵ مضرب ۵ باشد آن گاه ۴۱ عدد مرکب است. ✗

د) ۵ فرد یا اول باشد اگر و تنها اگر جذر ۴۹ برابر ۷ باشد. ✓

سوال ۳۱

این مجموعه $\binom{7}{4} = 35$ زیرمجموعه‌ی ۴ عضوی دارد که فقط حالت $\{3, 5, 7, 9\}$ نامطلوب می‌باشد؛ پس کلاً $35 - 1 = 34$ حالت داریم.

سوال ۳۲

مجموعه‌ی مطلوب باید عضو a را داشته باشد، اما می‌تواند هر یک از ۳ عضو دیگر را داشته و یا نداشته باشد. بنابراین، پاسخ سؤال برابر با $2^3 = 8$ است.

سوال ۳۳

برای آن که دو مجموعه با هم برابر باشند، باید اعضای آن دو مجموعه یکسان باشند. دو حالت موجود را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} \text{درست } x = 1, & x^3 + 5x^2 + 2x - 8 = 0 \\ \text{نادرست } x = 0, & x^3 + 5x^2 + 2x - 8 = 1 \end{cases} \Rightarrow x = 1$$

حال اعضای C را به دست می‌آوریم: $C = \{1, 1, 1, 1\} = \{1\}$

پس مجموعه‌ی C تنها یک عضو دارد.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۴

(الف)

$$\left. \begin{array}{l} A \subseteq B \\ A' \subseteq B \end{array} \right\} \Rightarrow (A \cup A') \subseteq B$$

$$\Rightarrow U \subseteq B \xrightarrow{B \subseteq U} B = U$$

$$\Rightarrow B' = \emptyset \Rightarrow A \cap B' = A \cap \emptyset = \emptyset$$

(ب)

$$B = U \Rightarrow B - A = U - A = A'$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۴

گزینه درست: null

سوال ۳۵

دقت شود که دو عضو $\{a, b\}$ و $\{b, a\}$ یکسان هستند پس مجموعه‌ی اصلی دارای ۳ عضو است و می‌خواهیم تعداد کل زیر مجموعه‌های آن را محاسبه کنیم که فاقد این عضو باشند و آن برابر است با:

$$2^{3-1} = 4$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۶

$$A_n = \{x \in \mathbb{Z} \mid -n < x < n\} \Rightarrow A_2 = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 2\} = \{-1, 0, 1\}$$

$$A_4 = \{x \in \mathbb{Z} \mid -4 < x < 4\} = \{-3, -2, 0, 1, 2, 3\} \Rightarrow A_4 - A_2 = \{-3, -2, 2, 3\}$$

در افراز یک مجموعه به چند زیرمجموعه، اجتماع زیرمجموعه‌ها برابر مجموعه‌ی اصلی و اشتراک آن‌ها تهی است. بنابراین داریم:

$$C - A_2 - (A_4 - A_2) = B \Rightarrow B = \{-5, -4, 4, 5\}$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۳۷

$$|A| = 5 + |B|$$

نسبت تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی A به مجموعه‌ی B برابر است با:

$$\frac{2^{|A|}}{2^{|B|}} = \frac{2^5 \times 2^{|B|}}{2^{|B|}} = 32$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۸

چون $B \subseteq E$ ، پس تمام عضوهای مجموعه‌ی B در E قرار دارند.

از طرفی $E \subseteq A$ است، پس علاوه بر عضوهای مجموعه‌ی B، عضوهای مجموعه‌ی $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ نیز می‌توانند در E قرار داشته باشند. پس تعداد حالت‌های ممکن همان تعداد زیر مجموعه‌های مجموعه‌ی $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ است که برابر است با $2^6 = 64$ حالت.

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۳۹

از شرط $\{1, \{2\}\} = \{a, \{a-b\}\}$ داریم:

$$a = 1, a - b = 2 \Rightarrow b = -1$$

حالا مجموعه‌ی جدید با مقادیر $a = 1$ و $b = -1$ ساخته می‌شود:

$$\{a, b, a^2, b^2\} = \{1, -1, 1, 1\}$$

که دارای ۲ عضو است.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۴۰

(الف)

$$\forall x; x \in A \xrightarrow{A \subseteq B} x \in B$$

$$\forall x; x \in B \xrightarrow{B \subseteq A} x \in A$$

چون هر عضو A به B و هر عضو B به A تعلق دارد، پس $A = B$

(ب)

$$\forall x; x \in (A - B) \Rightarrow x \in A \wedge x \notin B \Rightarrow x \in A \Rightarrow (A - B) \subseteq A$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۴۱

(الف)

$$\begin{cases} x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4 & (1) \\ -2x = 8 \Rightarrow x = -4 & (2) \end{cases} \xrightarrow{\text{از اشتراک (1) و (2) داریم}} x = -4$$

اما $-4 \notin N$ پس: $A = \emptyset$

$$x^2 < x \xrightarrow{x = \frac{1}{2} \in Q} \left(\frac{1}{2}\right)^2 < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \in B \quad (B \text{ ناتهی است.})$$

(۱) درست

(۲) درست

(۳) نادرست

(۴) درست

دشوار

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۴۲

در تمامی مجموعه‌های ممکن برای مجموعه A ، دو عضو ۱ و ۳ حتماً وجود دارند و سه عضو ۵، ۷ و ۹، قطعاً حضور ندارند. ولی هر یک از اعضای ۲، ۴، ۶ و ۸ می‌توانند در مجموعه A باشند یا نباشند بنابراین تعداد مجموعه‌های ممکن برای مجموعه A ، برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $\{2, 4, 6, 8\}$ ، یعنی $2^4 = 16$ می‌باشد.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۴

گزینه درست: null

سوال ۴۳

با توجه به این که $A \cap B = \{2, 4, 6\}$ می‌باشد، یعنی: $n(A \cap B) = 3$ داریم:

$$X \text{ تعداد مجموعه‌های } = 2^{n(A) - n(A \cap B)} = 2^{6-3} = 8$$

$$Y \text{ تعداد مجموعه‌های } = 2^{n(B) - n(A \cap B)} = 2^{4-3} = 2$$

بنابراین، تعداد مجموعه‌های X ، ۴ برابر تعداد مجموعه‌های Y است.

تذکر: تعداد مجموعه‌هایی مانند X که در رابطه‌ی $A \cap B \subseteq X \subseteq A$ صدق می‌کنند، برابر است با تعداد زیرمجموعه‌هایی از A که حتماً شامل اعضای مجموعه $A \cap B$ باشند.

ساده

سوالات پرتکرار ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۴

الف) $\{b, c\}$ ب) $\{a, b, c, d\}$

پ) هم A اتفاق افتاده و هم B

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۵

الف) نادرست

چون مجموعه های $\{1\}$ و $\{1, 3\}$ اشتراک دارند.

ب) درست

پ)

$$A = B \Rightarrow \begin{cases} x + 3 = 4 \Rightarrow x = 1 \\ y - 1 = 5 \Rightarrow y = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = 7$$

بنابراین نادرست است.

دشواری

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۶

$$2^{k+2} = 240 + 2^{\frac{k}{2}+1}$$

$$x = 2^{\frac{k}{2}+1}, \text{ در نتیجه:}$$

$$x^2 = 240 + x$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 240 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 16)(x + 15) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 16 & \text{ق ق} \\ x = -15 & \text{غ ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2^{\frac{k}{2}+1} = 16 = 2^4$$

$$\Rightarrow \frac{k}{2} + 1 = 4 \Rightarrow k = 6$$

متوسط

نهایی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۴۷

حکم: $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$ همواره می‌دانیم $A \cap B \subseteq A$ اکنون کافی است ثابت کنیم: $A \subseteq A \cap B$ می‌دانیم $A \subseteq A$ و $A \subseteq B$ از طرفین اشتراک می‌گیریم: $A \cap A \subseteq A \cap B$ پس: $A \subseteq A \cap B$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۴۸

با توجه به تعریف A_n داریم:

$$A_1 = [-1, 2], A_2 = \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right], A_3 = \left[-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right], \dots$$

واضح است که با افزایش مقدار n ، عبارت $\left(-\frac{1}{n}\right)$ به سمت صفر و عبارت $\left(\frac{n+1}{n}\right)$ به سمت یک میل می‌کند. داریم:

$$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = A_1 = [-1, 2]$$

که این بازه شامل اعداد صحیح $\{-1, 0, 1, 2\}$ می‌باشد

دشوار

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۴۹

ابتدا مجموعه‌های A و B را با نمایش اعضاء آن‌ها بیان می‌کنیم:

$$A = \{10, 11, 12, \dots, 99\}$$

$$\begin{cases} B = \{5k : k \in A\} \Rightarrow B = \{50, 55, \dots, 95\} \\ B \subseteq A \end{cases}$$

B دارای ۱۰ عضو است $\Rightarrow 10 \leq k \leq 19 \Rightarrow 50 \leq 5k \leq 95$

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۰

$$2^{k+4} = 2^{k+1} + 224$$

$$\Rightarrow 2^4 \times 2^k - 2 \times 2^k = 224$$

$$\Rightarrow 14 \times 2^k = 224$$

$$\Rightarrow 2^k = \frac{224}{14} = 16$$

$$\Rightarrow 2^k = 2^4 \Rightarrow k = 4$$

$$\Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه } k-1 \text{ عضوی} = 2^{k-1} = 2^3 = 8$$

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۱

اگر $A = \emptyset$ یا $B = \emptyset$ باشد، آنگاه $A \times B = B \times A = \emptyset$ و حکم ثابت می‌شود.

حال فرض می‌کنیم $A \neq \emptyset$ و $B \neq \emptyset$ ، به روش عضوگیری داریم:

$$A \neq \emptyset, B \neq \emptyset \Rightarrow \exists x; x \in A \wedge \exists y; y \in B$$

$$\xrightarrow{\text{تعریف ضرب دکارتی}} \exists (x, y); (x, y) \in A \times B$$

$$\xrightarrow{A \times B = B \times A} (x, y) \in B \times A \Rightarrow x \in B \wedge y \in A$$

$$\Rightarrow A \subseteq B \wedge B \subseteq A \xrightarrow[\text{مجموعه}]{\text{طبق تعریف تساوی دو}} A = B$$

متوسط

نهایی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۵۲

ابداً اعضای مجموعه را مشخص می‌کنیم. $B = \{x \in Z \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$ و $A = \{1, 4\}$ ؟ $A \times B$ مجموعه

$B = \{x \in Z \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\} - \{2\}$

$$A \times B = \{(1, 2), (4, 2)\}$$

متوسط

نهایی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۵۳

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^c) = A \cup (B \cap B^c) = A \cup \emptyset = A$$

ساده

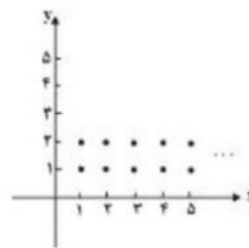
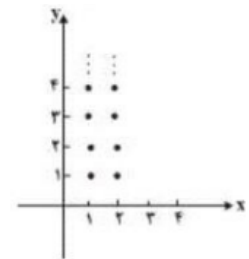
تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

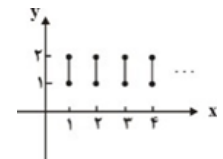
سوال ۵۴

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{N} \wedge (y = 1 \vee y = 2)\} = \{(x, y) \mid (x = 1, 2, 3, \dots) \wedge (y = 1 \vee y = 2)\}$$

$$B \times A = \{(x, y) \mid (x = 1 \vee x = 2) \wedge y \in \mathbb{N}\} = \{(x, y) \mid (x = 1 \vee x = 2) \wedge (y = 1, 2, 3, \dots)\}$$

نمودار $A \times B$ نمودار $B \times A$

اشتباهات متداول ۱- باید دقت کنید که نمودار را به صورت زیر رسم نکنید، زیرا مختص دوم هر عضو $(x, y) \in A \times B$ تنها یکی از دو مقدار ۱ یا ۲ را می‌گیرد و نه همه اعداد بازه $[1, 2]$ را.



۲- دقت کنید که نمودار $B \times A$ را به سمت چپ y ها ادامه ندهید! و همین طور نمودار $B \times A$ را به سمت پایین محور x ها.

۳- اشتباه متداول دیگر این است که نمودارهای $A \times B$ و $B \times A$ را به اشتباه به جای یکدیگر رسم کنید.

سوال ۵۵

دشوار

تشریحی ۱۳۹۴

گزینه درست: null

$$\underbrace{|A - B|}_4 = |A| - \underbrace{|A \cap B|}_3 \Rightarrow |A| = 7$$

$$\underbrace{|B - A|}_5 = |B| - \underbrace{|A \cap B|}_3 \Rightarrow |B| = 8$$

از طرفی داریم:

$$\begin{aligned} |(A \times B) \cup (B \times A)| &= 2|A||B| - |A \cap B|^2 \\ &= 2 \times 7 \times 8 - 3^2 = 103 \end{aligned}$$

سوال ۵۶

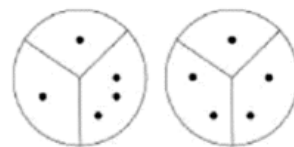
متوسط

نهایی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

الف) افراز ۱: $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3, 4, 5\}$ افراز ۲: $\{1, 2\}$, $\{3, 4, 5\}$

$$\frac{\binom{5}{1} \binom{4}{1} \binom{3}{3}}{2!} + \frac{\binom{5}{2} \binom{3}{2} \binom{1}{1}}{2!} = 10 + 5 = 15 \quad \text{ب)}$$



سوال ۵۷

دشوار

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c = \{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4, 5\} = \{2, 3\}$$

سوال ۵۸

دشوار

تشریحی ۱۳۹۴

گزینه درست: null

از آنجا که $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$ ($i \in \{1, 2, \dots, 9\}$) است، داریم:

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= [-2, \frac{7}{2}] \\ A_5 &= [-5, 2] \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_2 \cap A_5 = [-2, 2]$$

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= [-1, 4] \\ A_7 &= [-7, 1] \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_1 \cap A_7 = [-1, 1]$$

$$(A_2 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7) = [-2, 2] - [-1, 1] = [-2, -1) \cup (1, 2]$$

سوال ۵۹

متوسط

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

بر اساس فرض این مسئله، $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_8$ مجموعه‌ای است که کوچک‌ترین عضو آن کوچک‌ترین عضو A_8 است، یعنی ۸ و بزرگ‌ترین عضو آن بزرگ‌ترین عضو A_1 خواهد بود، یعنی ۱۰ و در نتیجه مجموعه‌ی $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_8 = \{8, 9, 10\}$ عضو ۳ دارد.

سوال ۶۰

متوسط

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

هرگاه $C \subseteq A$ و $C \subseteq B$ ، آن‌گاه $C \subseteq (A \cap B)$. در این جا با توجه به این‌که $A = \{m \in \mathbb{Z} | m^2 - 3m \leq 0\} = \{m | m(m - 3) \leq 0\} = \{0, 1, 2, 3\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} | |x + 1| < 4\} = \{-4, -3, \dots, 1, 2\}$ پس $A \cap B = \{0, 1, 2\}$. از این رو حداکثر تعداد عضوهای C می‌تواند برابر تعداد عضوهای $A \cap B$ ، یعنی ۳، باشد.

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۶۱

(آ)

$$[(A \cup B) \cap B] \cup (A \cap B) = B \cup (A \cap B) \quad \text{قانون جذب}$$

$$= B \quad \text{قانون جذب}$$

(ب)

$$((A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B^c]) \cap (B \cup A) = ((A' \cap B) \cup [(B \cap A) \cap (B^c)']) \cap (B \cup A) \quad \text{تبدیل تفاضل به اشتراک}$$

$$\text{چون } (B^c)' = B$$

$$= ((A' \cap B) \cup [(B \cap A) \cap B]) \cap (B \cup A)$$

$$= [(A' \cap B) \cup (B \cap A)] \cap (B \cup A), \quad (B \cap A) \subseteq B$$

$$= [(B \cap A') \cup (B \cap A)] \cap (B \cup A) \quad \text{جابه جایی اشتراک}$$

$$= [B \cap (A' \cup A)] \cap (B \cup A) \quad \text{ویژگی توزیع پذیری (فکتورگیری)}$$

$$= (B \cap U) \cap (B \cup A) = B \cap (B \cup A) = B \quad \text{قانون جذب توزیع پذیری (فکتورگیری)}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۶۲

با توجه به تعریف مجموعه‌ی A_i داریم:

$$A_1 = (-1, 3), A_2 = (-2, 2), A_3 = (-3, 1), A_4 = (-4, 0)$$

$$\bigcap_{i=1}^4 A_i = (-1, 0)$$

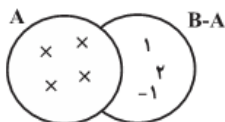
در بازه‌ی $(-1, 0)$ ، هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۶۳

با توجه به شکل روبه‌رو $A \cup B$ دارای γ عضو است.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۶۴

$$\begin{cases} A \times B = B \times C \\ A, B, C \neq \emptyset \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = B \\ B = C \end{cases} \Rightarrow A = B = C$$

$$\Rightarrow B \cap C = B, \quad B \cap A = B$$

$$\Rightarrow (B \cap C) \times (B \cap A) = B \times B = B^2$$

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

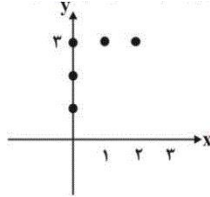
سوال ۶۵

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$$

$$= \{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3)\} \quad (0/5)$$

$$B \times A = \{(1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2)\} \quad (0/5)$$

$$\Rightarrow (A \times B) - (B \times A) = \{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 3), (2, 3)\} \quad (0/5)$$



متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۶۶

$$(A' \cap B) \cup \underbrace{((B \cap A') \cap B)}_{B \cap A'} \cap (B' \cap A')$$

$$= \underbrace{(A' \cap B) \cup ((B \cap A') \cap (B \cup A))}_{\text{قانون جذب}}$$

$$= A' \cap B = B \cap A' = B - A$$

ساده

سوالات پرتکرار ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۶۷

روابط را برای احتمال ناراحتی کلیه (A) و ناراحتی قلبی (B) و اشتراک آن ها می نویسیم:

$$\text{فرض: } P(A) = 0/23, P(B) = 0/24, P(A \cup B) = 0/38$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0/23 + 0/24 - 0/38 = 0/09$$

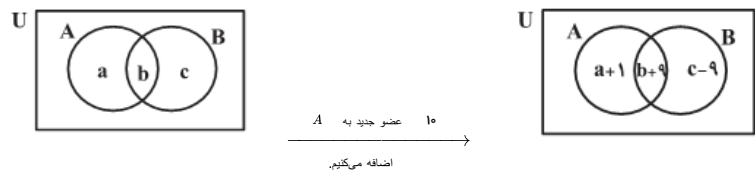
متوسط

تشریحی ۱۳۹۴

گزینه درست: null

سوال ۶۸

با رسم شکل داریم:



$$a + b + c = 25$$

$$a + 1 + b + 9 + c - 9 = a + b + c + 1 = 26$$

اجتماع دو مجموعه ۲۵ عضو دارد، با اضافه کردن ۱۰ عضو جدید به A که ۹ عضو آن در اشتراک A و B قرار می‌گیرد به این نتیجه می‌رسیم که این ۹ عضو قبلاً در B بوده‌اند و در A نبوده‌اند پس این ۹ عضو از $B - A$ کم می‌شود و به $A \cap B$ اضافه می‌شود. در واقع به اجتماع B و A، تنها یک عضو جدید اضافه شده و $A \cup B$ ، ۲۶ عضو خواهد داشت.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۶۹

(آ) مجموعه مورد نظر شامل عضوایی است که در A یا B هستند ولی در C نیستند (یا همان مجموعه $(A \cup B) - C$ است).

$$(A \cup B) - C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\} - \{2, 3, 5, 7\} \\ = \{1, 4, 6, 8\}$$

(ب)

$$A = \{2^0, 2^1, 2^2\} = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 2\}$$

$$A \times B = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (4, 1), (4, 2)\}$$

$$B \times A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 4)\}$$

$$\Rightarrow (A \times B) - (B \times A) = \{(4, 1), (4, 2)\}$$

اشتباهات متداول :

۱- مجموعه اعداد حسابی W عبارت است $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ است، پس دقت کنید که در نوشتن عضوهای A با توجه به $|k| < 3$ به اشتباه ننویسید $A = \{2, 4\}$ یا $A = \{1, 2, 4, 8\}$ یا $A = \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4\right\}$ با توجه به این که عضوهای W نامنفی هستند، پس علامت قدرمطلق، زاید است و می توان آن را نادیده گرفت.

۲- مراقب باشید که ننویسید $B = \{1, 2, 3\}$ چرا که $n^2 < 9$ شامل $n^2 = 9$ نیست.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۷۰

طبق فرض داریم:

$$A_1 = (-1, 2), A_2 = (2, 4), A_3 = (-3, 6), A_4 = (4, 8)$$

$$\Rightarrow \bigcup_{n=1}^4 A_n = (-3, 8)$$

{-2, -1, 0, 1, 2, ..., 7} مجموعه ای اعداد صحیح در این بازه است که دارای ۱۰ عضو می باشد.